Fermion 場 ψ を用いた最もシンプルな bosonic な物理量として

$$\mathcal{O}(x) = \bar{\psi}(x)\psi(x) \quad \mathcal{O}(y) = \bar{\psi}(y)\psi(y)$$

を考える. Fermion の半交換関係は

$$\{\psi(x), \bar{\psi}(y)\} = i\Delta(x-y), \quad \{\psi(x), \psi(y)\} = 0, \quad \{\bar{\psi}(x), \bar{\psi}(y)\} = 0$$

となる. この半交換関係を用いて, $\mathcal{O}(x)$ と $\mathcal{O}(y)$ の交換関係を計算すると,

$$[AB, CD] = A\{B, C\}D - \{A, C\}BD + CA\{B, D\} - C\{A, D\}B$$

より, $[\mathcal{O}(x), \mathcal{O}(y)]$ は $\Delta(x-y)$ のような項のみを含むことが分かる. $x,\ y$ が空間的に離れているとき, Lorentz 不変性から $\Delta(x-y) = 0$ となることが分かる. したがって,

$$[\mathcal{O}(x), \mathcal{O}(y)] = 0 \quad \text{for} \quad (x-y)^2 < 0$$

となり, 空間的に離れた場所で独立に観測可能になるので, 因果律が保たれることが分かる.